

# 擬似 4 倍精度演算を用いた反復型領域分割法における インターフェース問題の収束性改善

水間 健仁\* 武居 周\*  
(\*宮崎大学)

## 1 背景

有限要素法に基づく大規模問題の解析を実施する際、多くの計算量や記憶域が必要となるため、複数の計算機(プロセッサ)による並列演算が必須となり、このような並列計算機に対して最適となる計算手法についての研究が進められてきている。反復型領域分割法およびその実装手法の一つである階層型領域分割法は、その一手法である。しかし、本手法に、倍精度変数を用いた反復解法を適用した場合、その丸め誤差の蓄積による精度低下により、解の収束性が悪化することが知られている[1]。

一方、実数の演算には、一般に、倍精度(D: double)変数を用いられるが、これを2つ用いることで約2倍の有効桁数を有する擬似4倍精度(DD: double-double)変数を用いた高精度演算手法が考案されている[2]。

そこで本研究では、反復型領域分割法における部分領域の演算において擬似4倍精度演算を実施することにより、インターフェース問題の収束性の改善を図ることを目的とし、本稿では、高周波電磁場解析の標準問題の一つである TEAM Workshop Problem 29[3]を用いた性能評価を行う。

## 2 解析手法

階層型領域分割法は、反復型領域分割法を並列計算機環境へ実装するための手法の一つである。本手法は、まず、解析領域全体を任意数の Part に分割し、各 Part を部分領域に分割する階層型の領域分割を行う。次に、部分領域の有限要素解析と、そのインターフェースのつり合い問題を繰り返し解くことで解析領域全体の解を得る。部分領域の有限要素解析は独立して計算可能であるが、解法として反復法を適用すると、その打ち切り誤差が部分領域のインターフェースに影響し、解析領域全体の解の収束性が悪化する。そこで本研究では、IEEE754 に基づく倍精度変数を2つ用いて106bitの仮数を実現する手法である擬似4倍精度演算[2]を部分領域に適用し、丸め誤差を抑えた高精度演算を実施し、インターフェース問題の収束性への影響を調査する。倍精度のマシンイプシロン  $\epsilon$  は  $2^{-53}$  であるとする。実数  $\alpha$  を擬似4倍精度変数  $A$  で表すことを考えた場合、 $A$  を倍精度に丸めた  $A_{hi}$  と、 $(\alpha - A_{hi})$  を倍精度に丸めた  $A_{lo}$  を用いて、 $\alpha = A_{hi} + A_{lo}$  として表現する。この型変換は、以下手順により行われる[2]。

$$\text{temp} = 134217729.0 * \alpha; // 2^{-27} + 1 \quad (4)$$

$$A_{hi} = \text{temp} - (\text{temp} - \alpha); \quad (5)$$

$$A_{lo} = \alpha - A_{hi}; \quad (6)$$

この変数を用いて、文献[2]に基づき、各種四則演算や、必要な関数を実装する。ただし、部分領域の解としては、倍精度に丸めた値をインターフェース問題へ渡す。

## 3 数値解析

本研究で用いる計算機環境は、Intel Core i7 2600K のマルチコア CPU およびメモリ 24GB が搭載された PC20 台 (80 core) により構成された PC クラスタである。

本研究では、高周波電磁場解析の標準問題の一つであ

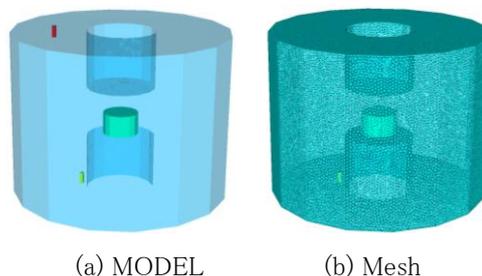


図 1 TEAM Workshop Problem 29 model

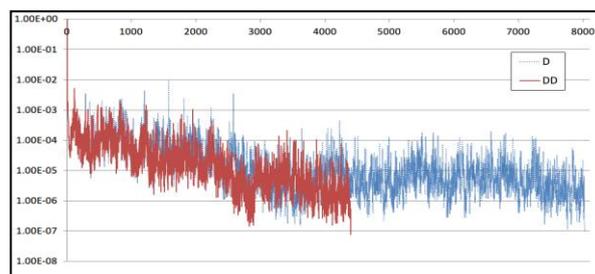


図 2 倍精度と擬似4倍精度のインターフェース収束履歴  
る TEAM Workshop Problem 29[3, 4]の共振器モデル(図 1)を用いた性能評価を行う。高周波電磁場問題の基礎方程式および定式化は文献[4]により示される。本モデルを、Nédelec4 面体1次要素を用いて有限要素分割、領域分割を行う。共振器は直径 1.9[m]、高さ 1.45[m]の円筒型であり、比誘電率  $\epsilon_r=80$ 、導電率  $\sigma=0.52$ [S/m]の円盤状の誘電体ファントムを置き、共振状態を調べる。部分領域の解法には、ICCOG 法を適用する。

要素規模の異なるモデルを用意し、要素規模、部分領域の解の精度、部分領域における変数型(D, DD)をパラメータとして各々比較することで、効果を確認する。図 2 に、100 万要素モデルにおいて、部分領域の反復法の収束判定値を固定し、用いる変数型を変更した時のインターフェース問題の反復法の残差ノルムの収束履歴を示す。

## 4 まとめ

階層型領域分割法に基づく高周波電磁場解析において、部分領域の解の精度が低い、もしくは、モデルの規模が大きくなるほど収束性が悪くなる問題に対し、部分領域の反復法に擬似4倍精度手法を導入することによって、インターフェースの反復法が少ない反復回数で収束に至る傾向があることが確認出来た。

## 参考文献

- [1] M.Ogino, A.Takei, H.Notsu, S.Sugimoto, S.Yoshimura, Theoretical and Applied Mechanics Japan (2013).
- [2] Y. Hida, X. S. Li and D. H. Bailey, NERSC Division, Lawrence Berkeley National Laboratory (2007).
- [3] Y. Kanai, TEAM Workshop in Tucson (1998).
- [4] A. Takei, S. Sugimoto, M. Ogino, S. Yoshimura and H. Kanayama, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 46, No. 8 (2010), pp. 2860-2863