磁界解析における ICCG 法のアルゴリズム改良と並列計算による高速化

畑原 広志　高 炎輝　堂薗 浩　村松 和弘
(佐賀大学)

1 はじめに

近年，三次元磁界解析は，解析精度の向上や解析対象の詳細なモデリングのため，分割図の要素数が増大しており，大次元連立一次方程式の解法である ICCG 法(不完全コレスキー分解付き共役勾配法)の高速化が重要な課題となっている．

そこで今回，既存の ICCG 法に対して，文献[1]を参考に計算アルゴリズムを改良して高速化を図るとともに，並列計算用のブロック ICCG 法に変更し，OpenMP による並列計算のソフトウェアを開発し，その効果を検討したので報告する．

2 ICCG 法の高速化

最初に，文献[1]を参考に，既存の ICCG 法のアルゴリズムを改良した．まず，計算量が多い行列ベクトル積では，行列の下三角部を呼び出したときに上三角部の計算も行うことにより，行列成分の呼び出し回数を減らした．次に，IC 部と前進・後退代入における従来と改良後のアルゴリズムを表 1 に示すが，従来は，表中の(1)，(2)式に示すように，l_{ii} による除算が多かったが，IC 分解時に行列 C を作成し，(1)，(2)式を，この行列を用いた(3)，(4)式に変更することにより，計算量を減らした．

次に，改良した ICCG 法を並列計算用のブロック ICCG 法[2]に変更し，OpenMP を用いて並列化した．

3 検討用モデル

高速化の効果を検討するため，図1に示す三次元線形静磁界モデルを，磁気ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{A}$ を未知数とする一次直方体辺有限要素法で解析した．ただし，解析領域は，対称性を考慮して1/8領域とし，要素数は521,752である．

4 結果及び検討

Intel 社製 Xeon E5-2650 (10 コア，2.30 GHz)× 2 プロセッサを用いて，高速化の効果を検討した．但し，以下では ICCG 法のみの計算時間を評価している．

図2に，並列計算のスケーラビリティを示す．アルゴリズムの改良によって，スケーラビリティも改善した．しかしながら，改良型では，4 並列で約 2.6 倍と良好に速度が向上したが，それ以上では，並列化による効果は見られず，今後の検討課題である．

図3に，従来型と改良型アルゴリズムについて，並列計算を行った場合と行わない場合の計算時間を示す．アルゴリズムの改良によって約 2 倍の高速化，さらに並列化により 2.6 倍の高速化ができたため，本検討により，全体で 5 倍高速化できた．

今後は，4 並列以上の並列計算で高速化できない原因について検討し，さらなる高速化を図る予定である．

参考文献

[1] 岡本吉史，他：電学論 B,vol.134,No.9,pp.767, 2014
[2] 金田康正 編著:「並列数値処理」，コロナ社，2010.

表 1 従来型と改良型の計算式

計算	従来型	改良型
IC 部	$M=LDL^{\mathrm{T}}$	$M=(LD)D^{-1}(DL^{T})$ $=CD^{-1}C^{\mathrm{T}}$ $C=LD$ $\left(c_{ij}=\frac{l_{ij}}{l_{ii}}\right)$
前進代入	$Ly=r_{n+1}$ $y_i=\frac{r_i}{l_{ii}}-\sum_{j=1}^{n-1}\frac{l_{ij}}{l_{ii}}y_j$ (1)	$Cz=r_{n+1}$ $z_i=r_i-\sum_{j=1}^{n-1}c_{ij}z_j$ (3) $D^{-1}y=z$ $y_i=z_i d_{ii}$
後退代入	$(DL^{T})u^{n+1}=y$ $u_i=y_i-\sum_{j=j+1}^{n-1}\frac{l_{ji}}{l_{ii}}u_j$ (2)	$C^{T}u^{n+1}=y$ $u_i=y_i-\sum_{j=j+1}^{n-1}c_{ji}u_j$ (4)

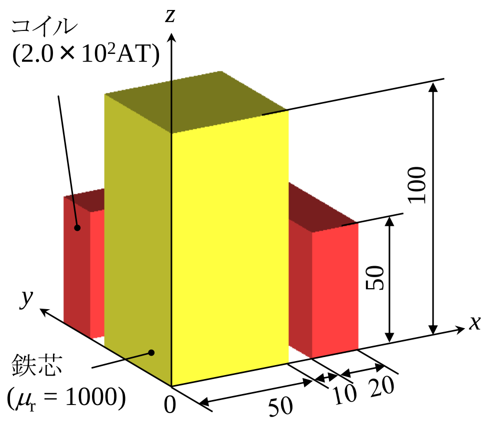
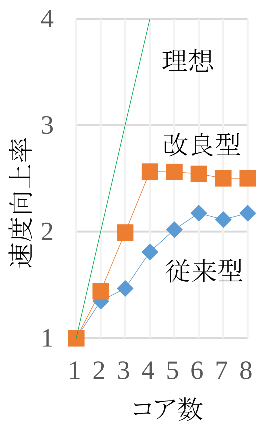


図1 検討用モデル(1/8領域)



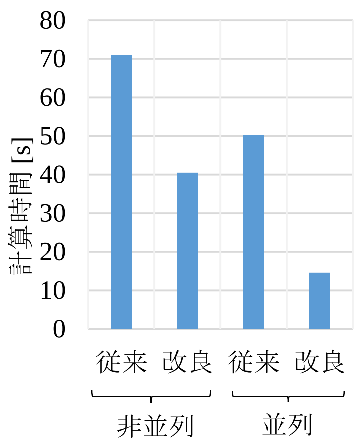


図2 並列計算のスケーラビリティ　図3 計算時間の比較