

# 並列有限要素法に基づく大規模音響解析手法の基礎検討

山本 広太\* 工藤 彰洋\*\* 武居 周\*  
 (\*宮崎大学 \*\*苫小牧工業高等専門学校)

## 1 はじめに

現在、一般に普及しているヘッドホンやイヤホンは多種多様である。しかし、これらの多くはヘッドホンと耳の間に生じる音響現象が明らかにされていない。また、研究分野においても、ヘッドホンバーチャルサウンドの分野などでは、バーチャルサウンドの過程において、ヘッドホンからリスナー外耳動入口までの伝達関数の特性をキャンセルすることが必須である[1]。伝達関数を同定することが、バーチャルサウンドの精度を高めるためには重要であり、そのため、ヘッドホン-耳間の音響現象を明らかにすることが求められる。

そこで本研究では、高精度なヘッドホン設計に寄与するための、並列有限要素法に基づく大規模音響解析手法を研究・開発する。本手法を用いて耳とヘッドホン間の音響現象を明らかにすることを、本研究の目的とする。

## 2 有限要素定式化

3次元の音場を支配する速度ポテンシャル $\{\Phi\}$ におけるヘルムホルツ波動方程式を基礎方程式とし、これに対し、ガラーキン法を適用し、有限要素による近似を行った音場の離散化方程式は

$$[K]\{\Phi\} - \frac{\omega^2}{c^2}[M]\{\Phi\} + j\rho\omega[C]\{\Phi\} = \{q\} \quad (1)$$

となる。また、 $[\ ]$ ,  $\{\ \}$ , は行列とベクトル、 $\rho$ ,  $\omega$ ,  $k$ ,  $c$ , は空気密度、角周波数、波数、音速である。

式(1)の全体行列をそれぞれの要素ごとに分けた要素行列を $[K]_e$ ,  $[M]_e$ ,  $[C]_e$ とおく。各要素行列は、

$$[K]_e = \int_e \left( \left\{ \frac{dN}{dx} \right\} \left\{ \frac{dN}{dx} \right\}^T + \left\{ \frac{dN}{dy} \right\} \left\{ \frac{dN}{dy} \right\}^T + \left\{ \frac{dN}{dz} \right\} \left\{ \frac{dN}{dz} \right\}^T \right) dv \quad (2)$$

$$[M]_e = \int_e \{N\}\{N\}^T dv \quad (3)$$

$$[C]_e = \frac{1}{Z_n} \int_e \{N\}\{N\}^T dS \quad (4)$$

となる。なお、 $\{N\}$ ,  $\{N\}^T$ はガラーキン法を適用した際の内挿関数とその転置であり、式(2), (3)は体積積分、式(4)は面積積分であり、行列 $[K]_e$ ,  $[M]_e$ は対称疎行列になるといった特長がある。式(4)の $Z_n$ は吸音面の比音響インピーダンスであり、複素数で表わされる。そのため、 $[C]$ ,  $[C]_e$ は複素行列となる。このことから、 $[K]_e$ ,  $[M]_e$ 複素対称行列となる。右辺ベクトル $\{q\}$ は、スピーカーといった点音源を表している。

## 3 並列有限要素法に基づく大規模音響解析手法

人間の可聴音域周波数である 20[Hz] ~20[kHz] までを解析するには要素数が約 5000 万要素にもなり、大規模な解析が必要となる。

本研究ではこの問題を解決するにあたり、ADVENTURE System [2] のモジュール郡の 1 つである熱伝導解析ソルバー、ADVENTURE\_Thermal をベースに開発を行っている。ADVENTURE\_Thermal はポアソン方程式を基礎方程式としており、本解析コードにおいて式(1)が計算できるように書き換えることにより、音響解析に用いることが可能である。

本手法における並列化手法は、並列計算機を用いた環境において高効率に並列計算させる手法の 1 つであり、大規模解析向けコードに適用された実績が多数ある階層型領域分割法 (Hierarchical Domain Decomposition Method: HDDM) を用いている。

図 1 に解析領域の分割の模式的に示す。

HDDM において、図 1 のように、解析領域全体を Part と呼ばれる一階層目の大きな分割単位で任意の数に分割し、各 Part をさらに Subdomain と呼ばれる二階層目の小領域に分割する階層型の領域分割を行い、各 Part に 1 プロセス、もしくは、1 スレッドを割り当て、subdomain 内の有限要素解析とインターフェースの釣り合い問題を交互に計算することによって、全体領域の解を得るというものである。また、HDDM には通信ライブラリとして、MPI が適用されているため、起動時には指定に応じ、複数のプロセス、スレッドが起動される。

HDDM には、シングル版、静的負荷分散版、動的負荷分散版が用意されており、本研究では静的負荷分散版を用いている。静的負荷分散版の各領域への割り当ての概念図を図 2 に示す。

静的負荷分散は 1 つの部分を 1 つのプロセスに静的に割り当てることで並列に計算を行う、比較的 Part 間における通信量が少ないため、各ノードの性能が均質な並列計算環境においては、有効であるといった特徴を持つ。

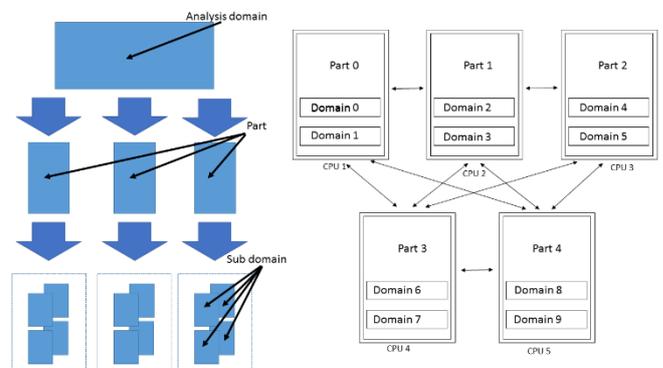


図 1 領域階層型分割の模式図

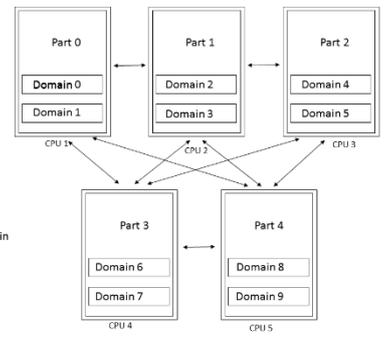


図 2 各領域への割り当て

## 4 まとめ

現時点において、ADVENTURE\_Thermal の要素剛性行列作成時に式(1)の左辺第 2 項を繰り込み、テスト計算によって波動音響現象が再現されていることを確認した。今後、解析コードを複素数演算が可能となるように拡張し、音響解析に必要な物性値を導入できるように開発を進めていく。

## 参考文献

- [1] 吉田正堯, 工藤彰洋, 穂刈治英, 島田正治”頭外音像定位における外耳道伝達関数の影響,”電磁情報学会論文誌 A, Vol.j92-A, no.1, pp.1-11, 2009.
- [2] 東京大学 ADVENTURE Project, Homepage: <http://adventure.sys.t.u-tokyo.ac.jp>, 2016