ランダム媒質を通過した電磁波の偏波特性の劣化

南部 幸久 * 立居場 光生 **
* 佐世保工業高等専門学校, ** 九州大学

1 はじめに

雨や雪などよる離散的ランダム媒質では、電磁波の偏波特性の劣化はよく知られているが、乱流などの連続的ランダム媒質では、極めて小さいので無視されてきた [2]。しかしながら、この偏波特性の劣化を定量的に解析することにより、ランダム媒質の電気的特性を計測する技術への応用が期待できる。そこで本稿では、誘電率が不規則かつ連続的に変化するランダム媒質の層を仮定して、この層を通過した電磁波が遠方においてどのように記述されるかを示す [3]。そのために、そのランダム媒質を通過する電磁波が従う積分方程式を導き、摂動法により解析する。そして、解析解の摂動項と非摂動項から、偏波特性の劣化について考察する。

2 定式化

図 1 に示すように、自由空間中に存在する厚さ z_0 のランダム媒質層を考える。ランダム媒質層は、誘電率のみが不規則に揺らいでいるものとし、その誘電率は $[1+\delta\varepsilon(\mathbf{r})]\varepsilon_0$ で与えられるものとする。ただし、$\delta\varepsilon(\mathbf{r})$ はランダム関数で、その揺らぎは十分小さく、$1 \gg |\delta\varepsilon(\mathbf{r})|$ であり、また、その集合平均値 $\langle\delta\varepsilon(\mathbf{r})\rangle = 0$ とする。よって、波はランダム媒質中を前方散乱しながら伝搬することとなり、前方散乱近似が有効となる [1]。

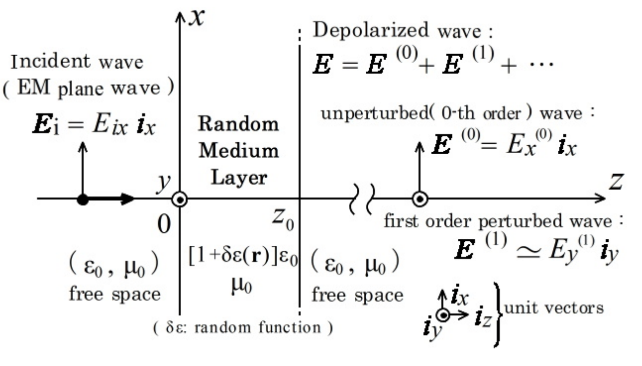

図 1: ランダム媒質層と座標系

このランダム媒質層への入射波を $\mathbf{E}_{in} = [E_{ix}, E_{iy}, E_{iz}]_{\rm t}$ とすると、次式に示す積分方程式が得られる [3]。

$$\mathbf{E} \;=\; \mathbf{E}_{in} + \mathbf{L}\mathbf{E} \tag{1}$$

上式において、$\mathbf{E} = [E_x, E_y, E_z]_{\rm t}$、$\mathbf{L} = -i\omega\int_V \mathrm{d}\mathbf{r}' \cdot [\sum_\alpha \mathbf{G}^e_{e\alpha}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')\delta\varepsilon(\mathbf{r}')]$ である。ここで、$\mathbf{G}^e_{e\alpha}(\mathbf{r})$ は点波源が電界のみである場合のダイアディック・グリーン関数である [3]。

ランダム媒質中を伝搬したことにより生じる偏波特性の劣化（depolarization）を評価するために、式 (1) の積分方程式に摂動法を適用する [3]。式 (1) の右辺は, 非摂動項と摂動項に分けられるので、作用素, $\mathbf{L}$ は、$\mathbf{L} = \mathbf{L}_0 + \Delta\mathbf{L}$ と記述できる。ここで、$\mathbf{L}_0$ は非摂動に関する作用素、$\Delta\mathbf{L}$ は摂動に関する作用素である。式 (1) において、$\mathbf{E}$ を $\mathbf{E} = \sum_{n=0}^{\infty}\Delta^n\mathbf{E}^{(n)}$ と定義する。 ここで、重み Δ の次数により、式 (1) を整理すると、Δ の次数ごとに、以下のように記述できる。

$$\Delta^0 \;:\; \mathbf{E}^{(0)} = \mathbf{E}_{in} + \mathbf{L}_0\mathbf{E}^{(0)} \tag{2}$$

$$\Delta^1 \;:\; \mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}^{(1)}_{in} + \mathbf{L}_0\mathbf{E}^{(1)};\, \mathbf{E}^{(1)}_{in} = \Delta\mathbf{L}\mathbf{E}^{(0)} \tag{3}$$

$$\Delta^2 \;:\; \mathbf{E}^{(2)} = \mathbf{E}^{(2)}_{in} + \mathbf{L}_0\mathbf{E}^{(2)};\, \mathbf{E}^{(2)}_{in} = \Delta\mathbf{L}\mathbf{E}^{(1)}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\Delta^n \;:\; \mathbf{E}^{(n)} = \mathbf{E}^{(n)}_{in} + \mathbf{L}_0\mathbf{E}^{(n)};\;\; \mathbf{E}^{(n)}_{in} = \Delta\mathbf{L}\mathbf{E}^{(n-1)} \tag{4}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

上式において、式 (2) の積分方程式の解：$\mathbf{E}^{(0)}$ は、非摂動項の波を表し、偏波の劣化のない解（波）となる。また、式 (3) 以降の積分方程式の解は摂動により生じた波を表し、偏波の劣化の量を定量的に与えることになる。本研究では、ランダム媒質の誘電率の揺らぎが小さく、前方散乱近似が有効な条件下で解析を行うので、

$$|\mathbf{E}^{(0)}| \gg |\mathbf{E}^{(1)}| \gg \cdots \gg |\mathbf{E}^{(n)}|$$

の関係が成り立つ。よって、偏波特性の劣化について、ランダム媒質の影響を評価するには式 (2) と式 (3) の積分方程式を解けばよい。

上式において、$\Delta = 1$ と置くと、$\mathbf{E}$ は以下のように表現され、式 (1) の解となることがわかる。

$$\begin{aligned}\mathbf{E} \;&=\; \sum_{n=0}^{\infty}\mathbf{E}^{(n)} = \mathbf{E}^{(0)} + \mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)} + \cdots + \mathbf{E}^{(n)} + \cdots \;. \\ &= (\mathbf{E}_{in} + \mathbf{L}_0\mathbf{E}^{(0)}) + (\mathbf{E}^{(1)}_{in} + \mathbf{L}_0\mathbf{E}^{(1)}) + \cdots \\ &= \mathbf{E}_{in} + (\mathbf{L}_0 + \Delta\mathbf{L})(\mathbf{E}^{(0)} + \mathbf{E}^{(1)} + \cdots) = \mathbf{E}_{in} + \mathbf{L}\mathbf{E}\end{aligned} \tag{5}$$

図 1 に示すように、ランダム媒質に入射する波を x 軸方向に偏波された平面波とし、 z 軸方向に伝搬するものとすれば、式（2）の解である非摂動項の波は x 成分のみとなり、式 (3) の解は、x 成分だけを持たない解が得られる。

3 まとめ

本報告では、ランダム媒質層に入射する電磁波の偏波特性劣化を評価するための積分方程式を, ランダム媒質の誘電率の揺らぎが十分小さく、前方散乱近似が有効である場合について、摂動法を用い導出した。本研究の成果は、ランダム媒質の影響により生じる偏波特性の劣化を定量的な解析に有用である。

参考文献

[1] M. Tateiba, "Successively Forward-Scattered Wave Propagating Through a Random Medium", *Transactions IEICE Japan*, Vol. E56-B, No. 1, 1–8, 1973 (in Japanese).

[2] M. Tateiba, "Theoretical study on wave propagation and scattering in random medium and its application (invited)", *IEICE Transactions on Electronics*, Vol. E93-C, No. 1, 3–8, 2010. i

[3] Y. Nanbu, M. Tateiba, and Hosam El- Ocla, "Analysis of depolarized electromagnetic waves propagated through random medium by using perturbation method", in *Proceedings of ANTEM2014*, .Victoria, Canada, July 2014 (USB flash drive).