

多周波 AR-CSI 法による同心二層誘電体円柱の再構成 —適切な正則化パラメータの値設定—

丹生直斗*, 仙波敬済*, 工藤孝人**
(*大分大学大学院工学研究科, **大分大学工学部)

1. まえがき 筆者らは, 多周波散乱データを用いた Contrast Source Inversion(CSI)法[1], [2]に, 加算形(AR)の Total Variation(TV) 正則化法を適用した場合の効果等について検討を行ってきた[3]. 本報告では, 散乱データのより効果的な活用法を探るため, 正則化パラメータの値等を変化させた場合の再構成結果への影響について数値的に考察する.

2. 理論 図1のように, 比誘電率分布 $\epsilon_r(\rho)$ (ρ は位置ベクトル)をもつ柱状物体 B が解析領域 D 内にある場合を考える. この誘電体柱に, 半径 r の円周 S 上に均等に配置した I 個の波源からTM円筒波を照射し, 同一円周上に均等に配置した L 個の観測点で散乱電界を測定する. この散乱電界の測定値から, コントラスト $\chi(\rho) \equiv \epsilon_r(\rho) - 1$ (領域 D 外では0)を推定する. この逆散乱問題は, 領域 D の外部における散乱電界および領域 D の内部における全電界に関する誤差汎関数を最小にする最適化問題に帰着する.

誤差汎関数は次式のように定義される.

$$F_{tot}(w_{i,m,k}, \chi_k) = F(w_{i,m,k}, \chi_k) + \gamma_{TV} F_{TV}(\chi_k) \quad (1)$$

ここで, γ_{TV} は正則化項 $F_{TV}(\chi_k)$ に対する重み付けである. また, $F(w_{i,m,k}, \chi_k)$ を次式のように定義している.

$$F(w_{i,m,k}, \chi_k) = \eta_S \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M \left\| \tilde{e}_{i,m}^{sct} - G_{S,m} w_{i,m,k} \right\|_S^2 + \eta_{D,k} \sum_{i=1}^I \sum_{m=1}^M \left\| \chi e_{i,m}^{inc} - w_{i,m,k} + \chi_k G_{D,m} w_{i,m,k} \right\|_D^2 \quad (2)$$

ただし, η_S および $\eta_{D,k}$ は規格化項, M は使用する波長の総数, $e_{i,m}^{inc}$ は入射電界, $\tilde{e}_{i,m}^{sct}$ は測定散乱電界, $w_{i,m,k}$ はコントラストと全電界の積として定義されるコントラスト・ソース, k は反復回数, $\|\cdot\|$ は L^2 ノルム, $G_{S,m}$ および $G_{D,m}$ はグリーン関数を含む積分の作用素表記である.

TV正則化項 $F_{TV}(\chi_k)$ を次式のように定義する.

$$F_{TV}(\chi_k) = h^2 \sum_{n_x=1}^{N_x} \sum_{n_y=1}^{N_y} \left(|(\nabla \chi_k(\rho))_{n_x, n_y}|^2 + \delta^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

ただし, N_x および N_y はそれぞれ, 領域 D を微小正方形領域に分割したときの横および縦方向の分割数, h は隣り合う微小領域中心間の距離, δ^2 はしきい値を表す. なお, 本報告では δ^2 を $(k-1)$ 回目の反復における式(2)の右辺第2項とする. 再構成結果を評価するため, 次式のような相対誤差 Err を定義する.

$$Err = \frac{\|\tilde{\chi} - \chi\|_D}{\|\tilde{\chi}\|_D} \quad (4)$$

ただし, $\tilde{\chi}$ はコントラストの真値である.

3. 数値例及び考察 本報告では, 対象物体が同心二層誘電体円柱の場合について考察する. 円柱の外層及び内層の比誘電率をそれぞれ, 5及び3とし, 外層及び

内層半径をそれぞれ, 0.6λ 及び 0.3λ とする(λ は基準となる自由空間中の波長). 解析領域 D は $2\lambda \times 2\lambda$ の正方形領域とし, $N_x = N_y = 36$ とする. 波源点および観測点を36点とし($I=L=36$), 半径 2λ の円周 S 上に等間隔で配置する. 波長は $\lambda \sim 7\lambda$ までの7種類を組合せて使用する($M=1 \sim 7$). この場合, 波長の組合せ総数は127通りである. また, γ_{TV} の値はオーダー $10^{-8} \sim 10^{-3}$ の範囲で係数を1.0~9.0まで変化させて最適な値を探索している. 計算終了条件は反復回数500回とする.

図2に比誘電率分布の真値を示す. 図3(a)は正則化を適用していない状態で Err の値が最も小さくなる波長の組合せ($\lambda, 4\lambda$)による再構成結果, 同図(b)は同じ波長の組合せで正則化を適用したとき, Err の値が最も小さい再構成結果を示す($\gamma_{TV} = 4.0 \times 10^{-6}$). 相対誤差は図3(a)で約16.2%, 同図(b)で約15.7%であり, 約0.5ポイントの改善が見られる. しかし, 円柱内部に比誘電率の若干の変動が見られる為, 他のパラメータの調整等を行い, 再構成結果を改善する必要がある.

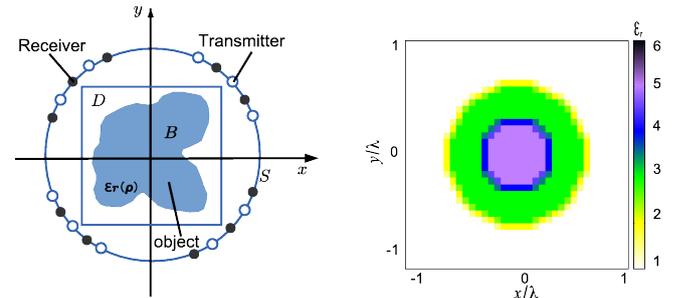


図1 問題設定

図2 比誘電率分布の真値

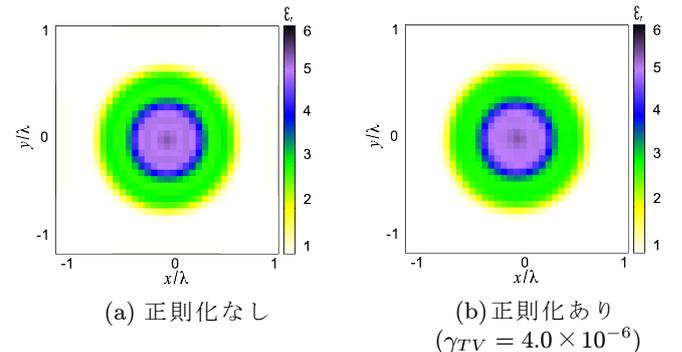


図3 比誘電率分布の再構成結果(波長: $(\lambda, 4\lambda)$)

4. まとめ 本報告では, TV正則化法を適用した多周波CSI法による同心二層誘電体柱の再構成における正則化パラメータの値設定について検討した. 今後の課題としては, 正則化パラメータ値の設定手法の検討等が挙げられる.

謝辞 本研究の一部は科学研究費(基盤(C), No.15K06024)の助成によることを付記し, 謝意を表します.

参考文献 [1] P. M. van den Berg et al., Inv. Probl., **13**, 6, 1997. [2] P. M. van den Berg et al., Inv. Probl., **15**, 6, 1999. [3] 丹生他, 信学会九州支部学生会講演会, C-6, 2015.